

Ein praktisches Verfahren zur Beurteilung von Wärmebrücken im Hinblick auf Oberflächenkondensation

Kurzfassung

Ein praktisches Verfahren zur Beurteilung des stationären thermischen Verhaltens von Wärmebrücken wird vorgestellt. Es beruht auf der Tatsache, daß sich die Temperatur an jeder Stelle der Wärmebrücke als Linearkombination der angrenzenden Lufttemperaturen darstellen läßt. Die normierten Gewichte dieser Lufttemperaturen können durch eine einmalige EDV-Berechnung von Basislösungen für die jeweils vorliegende Konstruktion ermittelt werden. Solche Berechnungen sind mittels eines eigens entwickelten Programmpaketes auf Personal-Computern problemlos durchführbar. Dies und die einfache Möglichkeit der anschließenden Ermittlung von Oberflächentemperaturen unter beliebigen Randbedingungen geben zur Hoffnung Anlaß, daß Wärmebrücken in Zukunft ihren Schrecken verlieren.

Summary

A practical method for the assessment of heat bridges with a view to surface condensation. A practical method is presented to be used for assessing the steady-state thermal behaviour of heat bridges. This method bases on the fact, that the temperature at each point along the heat bridge can be represented as linear combination of the adjacent air temperatures. A single EDP calculation of basic solutions allows to determine the standardized weights of these air temperatures for the construction concerned. Such calculations can be performed on personal computers without any difficulties by means of a purpose-made programme package. Both this fact and the simple possibility of the subsequent determination of surface temperatures under arbitrary boundary conditions support the hope that heat bridges will no longer frighten us in future.

1 Einleitung

Dem Bauplaner und selbst dem Bauphysiker bereiten Wärmebrücken meist in zweierlei Hinsicht beträchtliches Unbehagen, das noch dadurch verstärkt wird, daß ihr Auftreten eher die Regel denn die Ausnahme darstellt; hat doch als Wärmebrücke jede Konstruktion zu gelten, in der der Wärmestrom nicht überall die gleiche Richtung – senkrecht zu einer ebenen Bauteiloberfläche – besitzt.

Die eine Quelle des Unbehagens ist darin zu sehen, daß die Wärmeströme durch eine Wärmebrücke, also die ihr anzurechnenden Wärmeverluste, nicht in einfacher Weise berechnet werden können. Die Kenntnis dieser Wärmeverluste ist jedoch unabdingbare Voraussetzung etwa für die zur Heizkörperdimensionierung notwendige Heizlastberechnung.

Ein zweites Problem ergibt sich dadurch, daß unter winterlichen Bedingungen gerade an Wärmebrücken häufig besonders tiefe Oberflächentemperaturen mit dadurch bedingter Kondensatbildung auftreten. Das Fehlen praktikabler Verfahren zur Bestimmung dieser tiefsten Temperaturen und zur Abschätzung der Kondensationsgefahr kommt dem Bauplaner

spätestens dann schmerzlich zum Bewußtsein, wenn er in diesem Zusammenhang für Planungsmängel haften soll.

Der einschlägig Interessierte kennt natürlich Wege, der Problematik von Wärmebrücken zu begegnen; sie reichen von – in der Handhabung meist komplizierten – „zwei-“ bzw. „dreidimensionalen“ EDV-Programmen [1], die praktisch nur auf Großrechenanlagen laufen und daher gescheut werden, über halbempirische Notlösungen, die auf einfache Wärmebrückentypen beschränkt sind [2], bis zu radikalen Primitivverfahren, die sich auf unergründliche Zuschlagsfaktoren stützen [3]. Selbst die Verwendung aufwendiger stationärer Rechenprogramme befriedigt den Interessierten nur wenig, da die Berechnungsergebnisse, wie z.B. die Wärmeströme nach außen oder die tiefsten Temperaturen an den den Innenräumen zugewandten Oberflächen, auf der Annahme ganz bestimmter Randbedingungen (Außentemperatur, Innenraumlufttemperaturen) beruhen und somit unter geänderten Bedingungen schon völlig falsch sein können. Diese Tatsache erhöht natürlich nicht den Anreiz zur Verwendung solcher Verfahren.

Die Autoren haben in Zusammenarbeit mit W. Heindl [4] Verfahren und zugehörige Rechenprogramme entwickelt, die – einmal angewendet – die thermische Beurteilung von Wärmebrücken im stationären Fall unter den verschiedensten Randbedingungen auf ähnlich einfache Weise ermöglichen, wie bei „eindimensional“ erfassbaren Bauteilen. Das Verfahren beruht auf der Tatsache, daß die Fouriersche Wärmeleitungsgleichung bei Abwesenheit von Wärmequellen linear und homogen ist, jede Superposition von Lösungen daher wieder Lösung der Differentialgleichung ist. Es bedarf daher nur geschickt gewählter, linear unabhängiger „Basislösungen“, um die zu bestimmten Randbedingungen gehörige spezielle Lösung durch Superposition – also ohne weitere aufwendige Berechnung – zu erhalten.

In diesem Aufsatz wollen wir uns auf das Problem der Bestimmung der Oberflächentemperaturen im Wärmebrückenbereich beschränken. Das Problem der Bestimmung der Wärmeströme zwischen den durch eine Wärmebrücke thermisch verbundenen Räumen sei einer späteren Veröffentlichung vorbehalten.

2 Grundlagen zur Bestimmung von Oberflächentemperaturen

2.1 Oberflächentemperatur im ungestörten Fall (eindimensional)

Beginnen wir mit der Frage:

Wie berechnet man die innere Oberflächentemperatur T^* einer ebenen Wand (eindimensionaler Fall) bei Kenntnis des Wärmedurchgangskoeffizienten k (k -Wert), des inneren Wärmeübergangskoeffizienten α_i und der angrenzenden Lufttemperaturen T_a (außen) und T_i (innen)? Hier gilt die bekannte und leicht herleitbare Formel:

$$T^* = T_i - f \cdot (T_i - T_a), \quad (1)$$

wobei der Faktor f , wir wollen ihn der Kürze halber als f -Wert bezeichnen, durch

$$f = \frac{k}{\alpha_i} \quad (2)$$

gegeben ist. Der f -Wert ist bei „eindimensionaler“ Wärmeströmung ortsunabhängig, das heißt, er ist für jede Stelle der Oberfläche der gleiche.

Dr. A. Sigmund und Dr.-Ing. K. Kreč, Büro für angewandte Mathematik, Lugeck 1-2/3/46, A-1010 Wien.

Klaus Kreč – 1976 Diplom an der Technischen Universität Wien, 1979–1984 und seit 1986 Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Büro für angewandte Mathematik Dr. W. Heindl. 1985 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Österr. Institut für Bauforschung, 1989 Promotion an der Technischen Universität Wien.

Alfred Sigmund – 1975 Diplom und 1978 Promotion an der Technischen Universität Wien. 1978–1982 Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Büro für angewandte Mathematik Dr. W. Heindl. Seit 1983–1987 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Österr. Institut für Bauforschung.

2.2 Oberflächentemperatur im Wärmebrückenbereich

Bei Wärmebrücken liegen komplexere Verhältnisse vor. Zunächst ist damit zu rechnen, daß die Oberflächentemperatur solcher Konstruktionen ortsabhängig ist. Außerdem stellt eine Wärmebrücke oft eine thermische Verbindung zwischen mehreren Räumen dar, beispielsweise zwischen zwei Innenräumen, die unterschiedliche Temperatur aufweisen können, und dem Außenraum, wie dies etwa beim Deckenanschluß an eine Außenwand der Fall ist.

Diese Komplikationen bei Wärmebrücken gegenüber dem einfachen (eindimensionalen) Fall sind jedoch weniger gravierend als sie im ersten Moment erscheinen. Betrachten wir mehrere Räume $0, 1, \dots, n$, welche durch eine bestimmte Wärmebrücke thermisch verbunden sind, so kann — wir werden dies später begründen — für jeden ausgewählten Punkt der Wärmebrückenkonstruktion — also auch für jeden Punkt der Oberfläche — die Temperatur T^* in der Form

$$T^* = g_0 \cdot T_0 + g_1 \cdot T_1 + \dots + g_n \cdot T_n \quad (3)$$

dargestellt werden; hierin bedeuten T_0 bis T_n die Lufttemperaturen der angrenzenden Räume 0 bis n — auch die Außenluft gehört im allgemeinen dazu —, g_0 bis g_n stellen „Gewichte“ dar. Diese „Gewichte“ sind auf Form und thermische Eigenschaften der speziellen Wärmebrücke zurückzuführen, sind also reine Bauteileigenschaften und mithin von den herrschenden Temperaturen unabhängig. Da bei Wärmebrücken, wie schon erwähnt, die Oberflächentemperaturen vom Ort abhängen, benötigt man für jeden interessierenden Punkt der Oberfläche einen eigenen Satz von Gewichten.

Die Gleichung (3) ist ebenso einfach wie Formel (1) zu handhaben. Ihre Gültigkeit folgt aus der schon erwähnten Superponierbarkeit der Lösungen der *Fourierschen* Wärmeleitungsgleichung.

2.3 Bedeutung der Gewichte

Da dies für das Verständnis wichtig ist, soll die Herleitung von Gleichung (3) kurz skizziert werden. Eine Wärmebrücke ist ein Teil der Baukonstruktion, der mit Teilen seiner Berandung an verschiedene Räume des Gebäudes und — eventuell mehrere — „Außenräume“ grenzt. Bild 1 zeigt dies schematisch für den Fall zweier Innenräume und eines „Außenraumes“, nämlich der Außenluft. Da die Wärmebrücke durch „Schnitte“ mehr oder weniger willkürlich gegen die Gesamtkonstruktion abgegrenzt wird, treten auch Schnittländer auf. Zur Formulierung eines konkreten Wärmeleitungsproblems

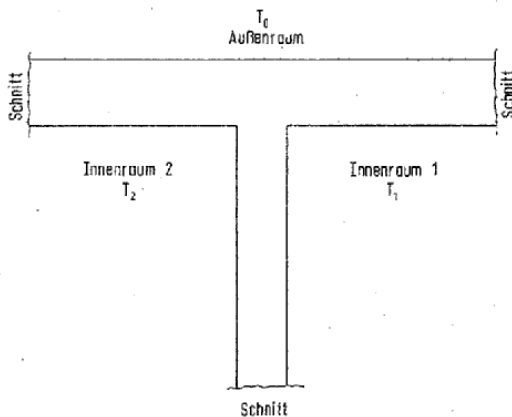


Bild 1. Schematische Darstellung einer Wärmebrücke, die an zwei Innenräume und an einen Außenraum grenzt

müssen an sämtlichen Rändern Bedingungen vorgeschrieben werden — die sogenannten „Randbedingungen“.

An den Rändern, mit denen die Wärmebrücke an Räume grenzt, wird das Vorschreiben von Randbedingungen besonders einfach, wenn man die Wärmeübergänge in Form fiktiver „Wärmeübergangsschichten“ zur Konstruktion zählt: Es werden einfach die Raumlufttemperaturen T_0 bis T_n als Randtemperaturen vorgeschrieben.

An den Schnittländern werden keine Temperaturen vorgegeben, sondern es wird verlangt, daß dort keine Wärmeströme in die Wärmebrücke eindringen oder aus ihr austreten (Verschwinden der Normalkomponente der Wärmestromdichte). Natürlich ist bei der an sich willkürlichen Abgrenzung des Wärmebrückenbereiches darauf zu achten, daß diese Randbedingungen auch in Wirklichkeit annähernd erfüllt sind; man erreicht dies für gewöhnlich durch Führen der Schnitte im „ungestörten“ Bereich.

Das Lösen eines derartigen Randwertproblems ist im allgemeinen nur mittels EDV möglich. Der Rechenaufwand hängt einerseits von der Komplexität der zu untersuchenden Wärmebrücke ab, andererseits auch davon, welche Rechenprogramme man zur Lösung heranzieht. In jedem Fall ist der Aufwand so hoch, daß man nicht gerade Lust verspürt, ihn für jeden ins Auge gefaßten Satz von Randbedingungen neuerlich zu treiben. Das ist auch gar nicht nötig, da man jede gewünschte Lösung als Superposition von Basislösungen gewinnen kann.

Man benötigt ebensoviele Basislösungen g_0, g_1, \dots, g_n , wie Räume an die Wärmebrücke grenzen. Die i -te Basislösung ist definiert durch:

- Der Randwert an der dem Raum i zugewandten Grenze zwischen Übergangsschicht und Raumluft (nicht der an der Bauteiloberfläche) wird auf eins gesetzt.
- Die Randwerte an den Grenzen zu den anderen Räumen verschwinden.
- Die Normalkomponenten der Stromdichte an den Schnittländern verschwinden.

Bildet man nun die Linearkombination

$$T^* = \sum_j g_j \cdot T_j \quad (4)$$

— sie ist wegen der Linearität und Homogenität der Wärmeleitungsgleichung sicher eine Lösung —, so verschwinden für dieses Temperaturfeld sicher die Normalkomponenten der Wärmestromdichte an den Schnittländern, da dies bei jedem einzelnen Summanden der Fall ist. Die Randwerte der Temperaturverteilung an den raumzugewandten Rändern sind identisch mit den Temperaturen T_0, T_1, \dots, T_n . Dies liegt daran, daß, entsprechend der Definition der Basislösungen g_j , an jedem solchen Rand sämtliche Basislösungen verschwinden, bis auf eine, die den Wert eins annimmt.

Die Randwerte T_0 bis T_n dürfen natürlich nicht verwechselt werden mit den gesuchten Oberflächentemperaturen, treten doch Randtemperaturen und Oberflächentemperaturen an verschiedenen Seiten der oben erwähnten „Übergangsschicht“ auf.

Aus Gleichung (4) kann man übrigens leicht entnehmen, daß die Summe der Basislösungen den Wert eins ergeben muß. Setzt man nämlich alle Randtemperaturen T_0 bis T_n auf den gleichen Wert T , so muß sich — das bedarf hier keiner besonderen Begründung — in jedem Punkt der Wärmebrücke eben diese Temperatur einstellen; in diesem Fall ist also $T^* = T$. Damit kann man T aus Gleichung (4) herauskürzen und erhält wie behauptet

$$1 = \sum_j g_j \quad (5)$$

Daraus ergibt sich die Berechtigung, die g_j als (normierte) Gewichte zu bezeichnen. De facto sind diese Gewichte oder „ g -Werte“ Funktionen der Ortskoordinaten x, y, z . Für den

praktischen Gebrauch notiert man natürlich im allgemeinen nur die Funktionswerte an besonders interessierenden Stellen der Wärmebrücke, meist in einzelnen Oberflächenpunkten, weist also für jeden interessierenden Punkt einen Satz von Zahlenwerten g_0 bis g_n aus.

Die Gültigkeit der Gleichung (5) bedeutet auch für die EDV-Rechnung zur Bestimmung der g -Werte einen entscheidenden Vorteil. Man muß nämlich das Randwertproblem nicht für jede Basisfunktion g_j lösen, sondern kann sich diesen Aufwand wenigstens bei einer Basislösung ersparen. Eine noch viel weitergehende Vereinfachung ergibt sich dann, wenn man nicht beliebige Kombinationen der Raumtemperaturen ins Auge faßt, sondern nur den in der Praxis am häufigsten auftretenden Fall in Betracht zieht, daß alle an die Wärmebrücke anschließenden Innenräume auf gleicher Temperatur T_i gehalten werden sollen. Vereinbart man, daß der Außenraum (Außenluft) stets die Nummer 0 erhält, setzt also $T_a = T_0$, so nimmt Gleichung (4) bzw. (3) die Form

$$T^* = g_0 \cdot T_a + (g_1 + g_2 + \dots + g_n) \cdot T_i \quad (6)$$

an. Wegen Gleichung (5) hat der Klammerausdruck den Wert $1 - g_0$. Somit wird

$$T^* = g_0 \cdot T_a + (1 - g_0) \cdot T_i \quad (7)$$

oder – umgeformt –

$$T^* = T_i - g_0 \cdot (T_i - T_a) \quad (8)$$

Denkt man sich also alle Innenräume auf gleicher Temperatur gehalten, so kann man die Oberflächentemperatur für jede gewünschte Stelle bei Kenntnis jeweils eines einzigen g -Wertes ermitteln. Ein Vergleich mit Formel (1) zeigt, daß das Gewicht g_0 mit dem dort verwendeten f -Wert identisch ist. Damit ist auch die eingangs ohne Beweis angegebene Formel (1) theoretisch begründet.

Die Gleichung (3) bzw. (4) gilt in jedem Punkt des Bauteiles, selbstverständlich auch im „ungestörten“ Bereich. Der dort gültige Gewichtssatz g_0, g_1, \dots, g_n ist leicht – auch ohne EDV-Einsatz – anzugeben.

Um ganz allgemein die Bedeutung der Gewichte zu veranschaulichen, wollen wir kurz skizzieren, wie man den Gewichtssatz in einem „ungestörten“ Bereich ermittelt. Zunächst ist festzustellen, welches Paar (j, l) von Räumen an den ungestörten Bereich grenzt – es kann sich ja nur um genau zwei Räume handeln; nur die diesen Räumen zugeordneten Gewichte g_j und g_l sind von Null verschieden. Da außerdem der Gewichtssatz normiert ist, gilt

$$g_j + g_l = 1. \quad (9)$$

Daher genügt es, auf jeder Oberfläche in diesem Bereich ein Gewicht zu bestimmen, das andere ergibt sich aus (9). Sei $k_{j,l}$ der k -Wert (Wärmedurchgangskoeffizient) des betrachteten ungestörten Wandbereichs zwischen den Räumen j und l , α_j bzw. α_l die den Räumen j bzw. l zugeordneten Wärmeübergangskoeffizienten in diesem Bereich. In Analogie zu Gleichung (2) erhalten wir für die dem Raum j zugewandte Oberfläche im ungestörten Bereich die – einzig von Null verschiedenen – Gewichte

$$\text{Raum } j: g_j = \frac{k_{j,l}}{\alpha_j}; g_l = 1 - g_j, \quad (10)$$

für die dem Raum l zugewandte Oberfläche hingegen

$$\text{Raum } l: g_l = \frac{k_{j,l}}{\alpha_l}; g_j = 1 - g_l. \quad (11)$$

3 Bestimmung der Grenzfeuchte

Ein praktisches Maß für den Wasserdampfgehalt feuchter Luft bestimmter Temperatur ist die relative Feuchte. Sie kann direkt und ziemlich genau mit einfachen Instrumenten (z. B. Haarhygrometer) gemessen werden. Bestreicht feuchte Luft (ungesättigt) eine gegenüber der Lufttemperatur kühlere Oberfläche, so kommt es zur Wasserdampfkondensation an dieser Oberfläche, wenn deren Temperatur unterhalb des Taupunktes der Luft liegt. Der Taupunkt ist die Temperatur, bei welcher die feuchte Luft mit gegebenem Wasserdampfgehalt unter sonst gleichen Bedingungen gesättigt wäre (relative Feuchtigkeit 100%).

Der Taupunkt ist ebenfalls ein Maß für den Feuchtigkeitsgehalt der Luft, er ist allerdings nicht leicht zu messen (Taupunkt-Hygrometer) und hat sich daher in der Praxis nicht eingebürgert. De facto ist der Taupunkt das ideale Maß zur Beurteilung des Kondensationsrisikos an (Wärmebrücken-)Oberflächen; liegt der Taupunkt unter der Oberflächentemperatur, ist keine Kondensation zu erwarten. Die Oberflächentemperatur stellt also jene Grenztemperatur dar, die der Taupunkt nicht überschreiten sollte.

In der Praxis hat man selten eine Vorstellung über den Taupunkt, eher hingegen über die Temperatur und die relative Feuchte der Raumluft.

Da die Beziehungen zwischen Taupunkt, Lufttemperatur und relativer Feuchte oft als kompliziert empfunden werden, bedient sich der Praktiker gerne tabellarischer Darstellungen. In Tabelle 1 ist die relative Feuchte für verschiedene Raumlufttemperaturen und Taupunkte ausgewiesen. Statt des Taupunktes selbst wurde als Eingangsgröße die Differenz zwischen Lufttemperatur und Taupunkt gewählt.

Beispiel: Gegeben: Lufttemperatur: $T_l = 20^\circ\text{C}$, Taupunkt $T_T = 13^\circ\text{C}$; gesucht: relative Feuchte. Die Differenz $T_l - T_T$ beträgt $DT = 7\text{K}$.

Im Schnittfeld der Spalte $T_l = 20^\circ\text{C}$ und der Zeile $DT = 7\text{K}$ ist die entsprechende relative Feuchte mit 64% ausgewiesen.

Beispiel: Gegeben: Lufttemperatur: $T_l = 22^\circ\text{C}$, relative Feuchte 53%; gesucht: Taupunkt. In der Spalte für die Lufttemperatur $T_l = 22^\circ\text{C}$ findet man die relative Feuchte von 53% in jener Zeile, der eine Temperaturdifferenz $DT = 10\text{K}$ entspricht. Der Taupunkt ist somit

$$T_T = T_l - DT = 22 - 10 = 12^\circ\text{C}.$$

Bei gegebener Lufttemperatur kann man aus Tabelle 1 zu jeder Grenztemperatur eine Grenzfeuchte für die relative Feuchte der Luft ablesen. Überschreitet die relative Feuchte der Raumluft diese Grenzfeuchte, so beginnt Oberflächenkondensation.

4 Oberflächentemperaturen am Beispiel eines Kellerdeckenanschlusses

Wir wollen die Oberflächentemperaturen und Grenzfeuchten eines Kellerdeckenanschlusses unter den verschiedensten Außen- und Innenraumtemperaturen bestimmen.

Maße und Konstruktionsdetails sind Bild 2 zu entnehmen. In diesem Beispiel grenzen drei Räume an den betrachteten Wärmebrückenbereich; der Außenraum (Außenluft; Raum Nr. 0), der Wohnraum (1) über der Kellerdecke und der Kellerraum (2). Die Tabelle 2 gibt einen Überblick über die zugrunde gelegten Wärmeleitfähigkeiten der verwendeten Baustoffe. Für die Hohlräume des Rostziegels wurde eine „äquivalente“ Wärmeleitfähigkeit von $\lambda = 0,094\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ angenommen. Die Bewehrungsstäbe haben einen Durchmesser von 0,014 m und liegen im Abstand von 0,3 m.

Tabelle 1. Krit. relative Feuchte (%) in Abh. von Lufttemperatur T (Grad Celsius) und Differenz DT (Kelvin) zwischen Lufttemperatur und Oberflächentemperatur

DT	T = 15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	DT
1,0	93,7	93,8	93,8	93,9	93,9	94,0	94,0	94,1	94,1	94,1	94,2	94,2	1,0
1,2	92,5	92,6	92,6	92,7	92,7	92,8	92,9	92,9	93,0	93,0	93,1	93,1	1,2
1,4	91,3	91,4	91,5	91,5	91,6	91,6	91,7	91,8	91,8	91,9	92,0	92,0	1,4
1,6	90,1	90,2	90,3	90,4	90,4	90,5	90,6	90,6	90,7	90,8	90,8	90,9	1,6
1,8	89,0	89,1	89,1	89,2	89,3	89,4	89,5	89,5	89,6	89,7	89,8	89,8	1,8
2,0	87,8	87,9	88,0	88,1	88,2	88,3	88,3	88,4	88,5	88,6	88,7	88,8	2,0
2,2	86,7	86,8	86,9	87,0	87,1	87,2	87,2	87,3	87,4	87,5	87,6	87,7	2,2
2,4	85,5	85,7	85,8	85,9	86,0	86,1	86,2	86,3	86,4	86,5	86,6	86,6	2,4
2,6	84,4	84,5	84,7	84,8	84,9	85,0	85,1	85,2	85,3	85,4	85,5	85,6	2,6
2,8	83,3	83,4	83,6	83,7	83,8	83,9	84,0	84,1	84,3	84,4	84,5	84,6	2,8
3,0	82,2	82,4	82,5	82,6	82,7	82,9	83,0	83,1	83,2	83,3	83,4	83,6	3,0
3,2	81,2	81,3	81,4	81,6	81,7	81,8	81,9	82,1	82,2	82,3	82,4	82,6	3,2
3,4	80,1	80,2	80,4	80,5	80,6	80,8	80,9	81,0	81,2	81,3	81,4	81,6	3,4
3,6	79,0	79,2	79,3	79,5	79,6	79,8	79,9	80,0	80,2	80,3	80,4	80,6	3,6
3,8	78,0	78,1	78,3	78,4	78,6	78,7	78,9	79,0	79,2	79,3	79,5	79,6	3,8
4,0	77,0	77,1	77,3	77,4	77,6	77,7	77,9	78,0	78,2	78,3	78,5	78,6	4,0
4,2	75,9	76,1	76,3	76,4	76,6	76,8	76,9	77,1	77,2	77,4	77,5	77,7	4,2
4,4	74,9	75,1	75,3	75,4	75,6	75,8	75,9	76,1	76,3	76,4	76,6	76,7	4,4
4,6	73,9	74,1	74,3	74,5	74,6	74,8	75,0	75,1	75,3	75,5	75,6	75,8	4,6
4,8	73,0	73,1	73,3	73,5	73,7	73,9	74,0	74,2	74,4	74,5	74,7	74,9	4,8
5,0	72,0	72,2	72,4	72,6	72,7	72,9	73,1	73,3	73,4	73,6	73,8	74,0	5,0
5,2	71,0	71,2	71,4	71,6	71,8	72,0	72,2	72,3	72,5	72,7	72,9	73,1	5,2
5,4	70,1	70,3	70,5	70,7	70,9	71,1	71,2	71,4	71,6	71,8	72,0	72,2	5,4
5,6	69,2	69,4	69,6	69,8	69,9	70,1	70,3	70,5	70,7	70,9	71,1	71,3	5,6
5,8	68,2	68,4	68,6	68,8	69,0	69,2	69,4	69,6	69,8	70,0	70,2	70,4	5,8
6,0	67,3	67,5	67,7	67,9	68,1	68,3	68,5	68,8	68,9	69,1	69,3	69,5	6,0
6,2	66,4	66,6	66,8	67,0	67,3	67,5	67,7	67,9	68,1	68,3	68,5	68,7	6,2
6,4	65,5	65,7	65,9	66,2	66,4	66,6	66,8	67,0	67,2	67,4	67,6	67,8	6,4
6,6	64,6	64,9	65,1	65,3	65,5	65,7	65,9	66,2	66,4	66,6	66,8	67,0	6,6
6,8	63,8	64,0	64,2	64,4	64,7	64,9	65,1	65,3	65,5	65,7	66,0	66,2	6,8
7,0	62,9	63,1	63,4	63,6	63,8	64,0	64,3	64,5	64,7	64,9	65,1	65,3	7,0
7,2	62,0	62,3	62,5	62,7	63,0	63,2	63,4	63,7	63,9	64,1	64,3	64,5	7,2
7,4	61,2	61,4	61,7	61,9	62,1	62,4	62,6	62,8	63,1	63,3	63,5	63,7	7,4
7,6	60,4	60,6	60,9	61,1	61,3	61,6	61,8	62,0	62,3	62,5	62,7	62,9	7,6
7,8	59,6	59,8	60,0	60,3	60,5	60,8	61,0	61,2	61,5	61,7	61,9	62,2	7,8
8,0	58,7	59,0	59,2	59,5	59,7	60,0	60,2	60,4	60,7	60,9	61,1	61,4	8,0
8,2	57,9	58,2	58,4	58,7	58,9	59,2	59,4	59,7	59,9	60,1	60,4	60,6	8,2
8,4	57,1	57,4	57,7	57,9	58,2	58,4	58,6	58,9	59,1	59,4	59,6	59,8	8,4
8,6	56,4	56,6	56,9	57,1	57,4	57,6	57,9	58,1	58,4	58,6	58,9	59,1	8,6
8,8	55,6	55,8	56,1	56,4	56,6	56,9	57,1	57,4	57,6	57,9	58,1	58,4	8,8
9,0	54,8	55,1	55,3	55,6	55,9	56,1	56,4	56,6	56,9	57,1	57,4	57,6	9,0
9,2	54,1	54,3	54,6	54,9	55,1	55,4	55,6	55,9	56,1	56,4	56,6	56,9	9,2
9,4	53,3	53,6	53,9	54,1	54,4	54,6	54,9	55,2	55,4	55,7	55,9	56,2	9,4
9,6	52,6	52,9	53,1	53,4	53,7	53,9	54,2	54,4	54,7	55,0	55,2	55,5	9,6
9,8	51,9	52,1	52,4	52,7	52,9	53,2	53,5	53,7	54,0	54,2	54,5	54,8	9,8
10,0	51,1	51,4	51,7	52,0	52,2	52,5	52,8	53,0	53,3	53,5	53,8	54,1	10,0
10,2	50,4	50,7	51,0	51,3	51,5	51,8	52,1	52,3	52,6	52,9	53,1	53,4	10,2
10,4	49,7	50,0	50,3	50,6	50,8	51,1	51,4	51,6	51,9	52,2	52,4	52,7	10,4
10,6	49,0	49,3	49,6	49,9	50,1	50,4	50,7	51,0	51,2	51,5	51,8	52,0	10,6
10,8	48,4	48,6	48,9	49,2	49,5	49,7	50,0	50,3	50,6	50,8	51,1	51,4	10,8
11,0	47,7	48,0	48,2	48,5	48,8	49,1	49,4	49,6	49,9	50,2	50,4	50,7	11,0
11,2	47,0	47,3	47,6	47,9	48,1	48,4	48,7	49,0	49,2	49,5	49,8	50,1	11,2
11,4	46,4	46,6	46,9	47,2	47,5	47,8	48,0	48,3	48,6	48,9	49,1	49,4	11,4
11,6	45,7	46,0	46,3	46,6	46,8	47,1	47,4	47,7	48,0	48,2	48,5	48,8	11,6
11,8	45,1	45,4	45,6	45,9	46,2	46,5	46,8	47,0	47,3	47,6	47,9	48,1	11,8
12,0	44,4	44,7	45,0	45,3	45,6	45,9	46,1	46,4	46,7	47,0	47,3	47,5	12,0
12,2	43,8	44,1	44,4	44,7	45,0	45,2	45,5	45,8	46,1	46,4	46,6	46,9	12,2
12,4	43,2	43,5	43,8	44,1	44,3	44,6	44,9	45,2	45,5	45,8	46,0	46,3	12,4
12,6	42,6	42,9	43,2	43,4	43,7	44,0	44,3	44,6	44,9	45,1	45,4	45,7	12,6
12,8	42,0	42,3	42,6	42,8	43,1	43,4	43,7	44,0	44,3	44,6	44,8	45,1	12,8
13,0	41,4	41,7	42,0	42,3	42,5	42,8	43,1	43,4	43,7	44,0	44,2	44,5	13,0
13,2	40,8	41,1	41,4	41,7	42,0	42,2	42,5	42,8	43,1	43,4	43,7	43,9	13,2
13,4	40,2	40,5	40,8	41,1	41,4	41,7	42,0	42,2	42,5	42,8	43,1	43,4	13,4
13,6	39,6	39,9	40,2	40,5	40,8	41,1	41,4	41,7	42,0	42,2	42,5	42,8	13,6
13,8	39,1	39,4	39,7	40,0	40,2	40,5	40,8	41,1	41,4	41,7	42,0	42,2	13,8
14,0	38,5	38,8	39,1	39,4	39,7	40,0	40,3	40,6	40,8	41,1	41,4	41,7	14,0
14,2	38,0	38,3	38,6	38,8	39,1	39,4	39,7	40,0	40,3	40,6	40,9	41,1	14,2
14,4	37,4	37,7	38,0	38,3	38,6	38,9	39,2	39,5	39,8	40,0	40,3	40,6	14,4
14,6	36,9	37,2	37,5	37,8	38,1	38,3	38,6	38,9	39,2	39,5	39,8	40,1	14,6
14,8	36,4	36,6	36,9	37,2	37,5	37,8	38,1	38,4	38,7	39,0	39,3	39,5	14,8
15,0	35,8	36,1	36,4	36,7	37,0	37,3	37,6	37,9	38,2	38,5	38,7	39,0	15,0

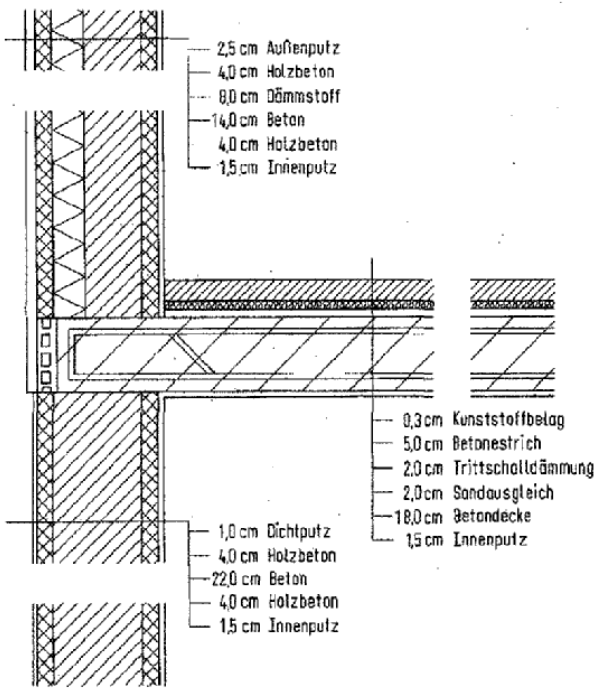


Bild 2. Maße und Konstruktionsdetails eines Kellerdeckenanschlusses (Beispiel)

Die Wärmeübergangskoeffizienten wurden wie folgt gewählt:

Innen: $\alpha_i = 6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ (im Wohnraum und Keller)

Außen: $\alpha_a = 23 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Daraus ergeben sich die k -Werte (natürlich nur im „ungestörten“ Bereich) zu

Außenwand: $k_{01} = 0,33544 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Kellerwand: $k_{02} = 0,98693 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Kellerdecke: $k_{12} = 0,97411 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Die den Räumen zugeordneten Lufttemperaturen T_0 , T_1 und T_2 werden im allgemeinen unterschiedlich sein. Die zur Berechnung von Oberflächentemperaturen anzuwendende Gleichung (3) nimmt hier die Form

$$T^* = g_0 \cdot T_0 + g_1 \cdot T_1 + g_2 \cdot T_2 \quad (12)$$

an. Wäre der Satz von Gewichten g_0 , g_1 und g_2 für jede interessierende Stelle der inneren Oberflächen bekannt, so könnte man sofort die zugehörigen Oberflächentemperaturen für beliebige Raumtemperaturkombinationen aus Gleichung (12) auf einfachste Weise errechnen. Es stellt sich nun die Frage, woher bekommt man die Gewichte an den gewünschten Stellen der Bauteiloberflächen? Im trivialen Fall eindimensionaler Wärmeleitung – also im „ungestörten“ Bereich – erhält man gemäß Gleichung (10) bzw. (11)

für den Wohnraum

an der Außenwand

$$g_0 = 0,05591 \quad g_1 = 0,94409 \quad g_2 = 0 \quad (13)$$

am Fußboden

$$g_0 = 0 \quad g_1 = 0,83765 \quad g_2 = 0,16235 \quad (14)$$

für den Kellerraum

an der Kellerwand

$$g_0 = 0,16449 \quad g_1 = 0 \quad g_2 = 0,83551 \quad (15)$$

Tabelle 2. Wärmeleitfähigkeiten der Baustoffe (Beispiel)

Baustoff	Wärmeleitfähigkeit $W/(\text{m} \cdot \text{K})$
Außenputz	0,800
Innenputz	0,700
Dichtputz	1,000
Holzbeton	0,128
Kernbeton	1,500
Betondecke	2,200
Stahl	50,000
Dämmstoff	0,040
Sand	0,600
Trittschalldämmung	0,040
Kunststoff	0,200
Estrich	1,200
Schlempe	1,700
Rostziegel	0,800

an der Kellerdecke

$$g_0 = 0 \quad g_1 = 0,16235 \quad g_2 = 0,83765 \quad (16)$$

Da nur die Temperaturen jener Räume in die Berechnung eingehen dürfen, die an den „ungestörten“ Wandbereich grenzen, ist jeweils das Gewicht der Temperatur des nicht beteiligten Raumes Null gesetzt.

Im Bereich der Wärmebrücke muß zur Bestimmung der Gewichte auf geeignete EDV-Programme zurückgegriffen werden*).

Nachstehend sind die Ergebnisse einer solchen Berechnung für unser Beispiel angeführt.

Gewichtssatz für die Kante (Außenwand-Fußboden) im Wohnraum (Raum 1)

$$g_0 = 0,121556 \quad g_1 = 0,73326 \quad g_2 = 0,14518 \quad (17)$$

Gewichtssatz für die Kante (Kellerdecke-Kellerwand) im Kellerraum (Raum 2)

$$g_0 = 0,22995 \quad g_1 = 0,15232 \quad g_2 = 0,61773 \quad (18)$$

Die Gleichung (12) zur Bestimmung der Oberflächentemperatur wird in der Wohnraumkante zu

$$T^* = 0,121556 \cdot T_0 + 0,73326 \cdot T_1 + 0,14518 \cdot T_2 \quad (19)$$

in der Kellerraumkante zu

$$T^* = 0,22995 \cdot T_0 + 0,15232 \cdot T_1 + 0,61773 \cdot T_2 \quad (20)$$

Die Temperaturen T_0 , T_1 , T_2 können beliebig gewählt werden!

Fall 1:

Außenluft $T_0 = -15^\circ\text{C}$

Raumluft $T_1 = 20^\circ\text{C}$

Kellerluft $T_2 = 20^\circ\text{C}$

Einsetzen in (19) ergibt die Oberflächentemperatur in der Wohnraumkante: $T^* = 15,7^\circ\text{C}$

Einsetzen in (20) ergibt die Oberflächentemperatur in der Kellerraumkante: $T^* = 12,0^\circ\text{C}$

Die Oberflächentemperaturen im „ungestörten“ Bereich ergeben sich durch Einsetzen der zutreffenden Gewichte und Temperaturen in (12).

Wohnraum an der Außenwand (Gewichte 13): $T^* = 18,0^\circ\text{C}$

Wohnraum am Fußboden (Gewichte 14): $T^* = 20,0^\circ\text{C}$

Kellerraum an der Kellerwand (Gewichte 15): $T^* = 14,2^\circ\text{C}$

Kellerraum an der Kellerdecke (Gewichte 16): $T^* = 20,0^\circ\text{C}$

*) Ergebnisse derartiger Berechnungen sind für eine gewisse Anzahl gängiger Baukonstruktionen in [4] enthalten.

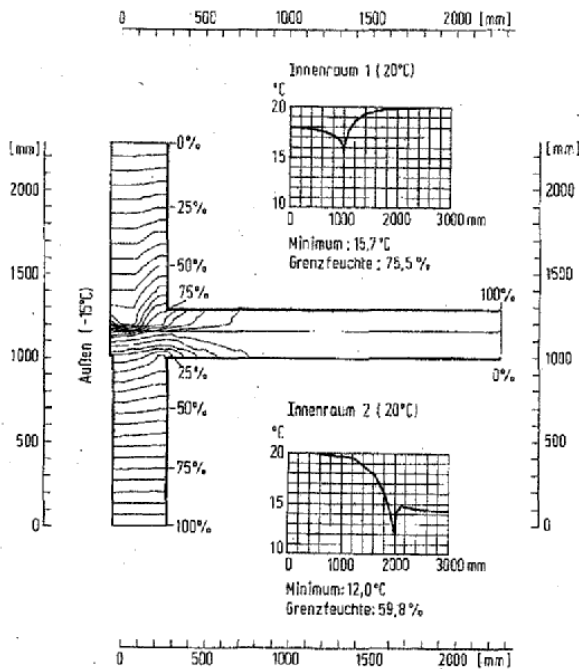


Bild 3. Ergebnis der Auswertung für die im Fall 1 festgelegten Lufttemperaturen

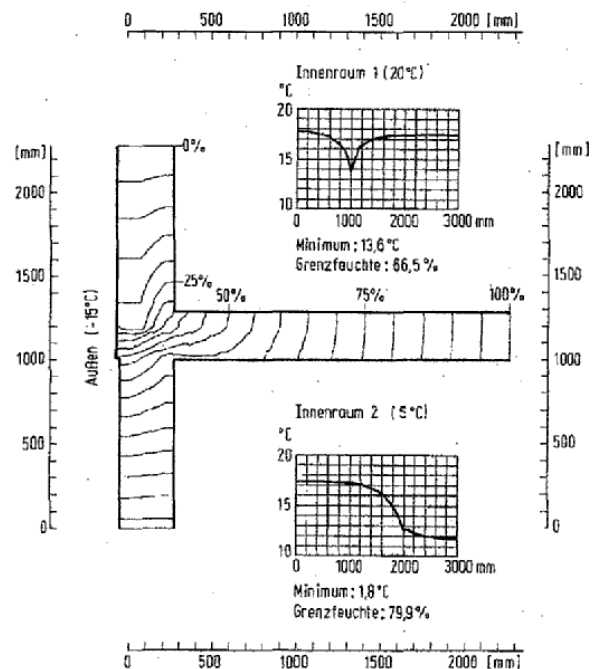


Bild 4. Ergebnis der Auswertung für die im Fall 2 festgelegten Lufttemperaturen

Unter den Raumtemperaturannahmen des Falles 1 liegen die Kantentemperaturen bei jedem Raum unter den Oberflächentemperaturen der ungestörten Bereiche. Die Kanten sind die kritischen Stellen. Ein Blick auf Tabelle 1 zeigt die entsprechenden Grenzfeuchten:

Wohnraum: 76,3%; Kellerraum: 60%

Fall 2:

Außenluft: $T_0 = -15^\circ\text{C}$

Raumluft: $T_1 = 20^\circ\text{C}$

Kellerluft: $T_2 = 5^\circ\text{C}$

Durch Einsetzen dieser Temperaturen in (19) ergibt sich die Oberflächentemperatur in der Wohnraumkante: $T^* = 13,6^\circ\text{C}$
Einsetzen von T_0 , T_1 und T_2 in (20) ergibt die Oberflächentemperatur in der Kellerraumkante: $T^* = 2,7^\circ\text{C}$

Im „ungestörten“ Bereich erhält man:

Wohnraum an der Außenwand: $T^* = 18,0^\circ\text{C}$

Wohnraum am Fußboden: $T^* = 17,6^\circ\text{C}$

Kellerraum an der Kellerwand: $T^* = 1,7^\circ\text{C}$

Kellerraum an der Kellerdecke: $T^* = 7,4^\circ\text{C}$

Beim Wohnraum stellt – wie im Fall 1 – die Kantentemperatur die Grenztemperatur dar. Gemäß Tabelle 1 ist die Grenzfeuchte diesmal 66,5%. Beim Kellerraum stellt die Oberflächentemperatur an der ungestörten Kellerwand die Grenztemperatur dar. Sie entspricht einer Grenzfeuchte von 79% (nicht mehr in Tabelle 1 enthalten).

Die Kenntnis der Gewichtssätze an ausgewählten Stellen einer Konstruktion eröffnet – wie wir am Beispiel der Fälle 1 und 2 demonstrieren konnten – bereits wesentliche Möglichkeiten zur Untersuchung des thermischen Verhaltens von Wärmebrücken. Die Ermittlung der Gewichtssätze erfolgt im Zuge einer einzigen EDV-Berechnung – im ungestörten Bereich geht es auch ohne EDV und ist im Grunde nicht neu. Speichert man die im Zuge der EDV-Berechnung anfallenden Gewichtssätze in ausreichender Dichte entlang der Oberfläche des Bauteiles ab, so kann man wie in unserem Beispiel mittels einfacher Auswertprogramme Temperaturverläufe für alle interessierenden Kombinationen von

Lufttemperaturen ohne neuerliche Lösung des Randwertproblems leicht darstellen.

Das Bild 3 zeigt das Ergebnis einer derartigen Auswertung für die im Fall 1 festgelegten Temperaturen. Sie zeigt die Umrisse des Bauteiles, den Verlauf der Wärmestromlinien und die Temperaturverläufe an den inneren Oberflächen beider Innenräume. Temperaturverläufe und Wärmestromlinien gelten natürlich nur für die speziell gewählten Randbedingungen – sie sind im Bild entsprechend Fall 1 angegeben. Die Temperaturdarstellungen werden durch die Angabe der tiefsten Oberflächentemperaturen und der zugehörigen Grenzfeuchten ergänzt.

Für die graphische Darstellung des Temperaturverlaufes hat man sich den betreffenden Rand des Bauteiles abgewickelt zu denken; die Durchlaufungsrichtung ist durch die Bezifferung der Stromlinien (0% bis 100%) gegeben.

Die Wärmestromlinien dienen in diesem Zusammenhang nur dazu, den Wärmefluß durch den Bauteil zu veranschaulichen; sie helfen die thermischen Schwachstellen aufzufinden. Sie erlauben im übrigen eine Quantifizierung der Wärmeströme für einzelne Teile des Wärmebrückenbereiches; eine nähere Ausführung dazu ist nicht Gegenstand dieses Aufsatzes und soll, wie bereits erwähnt, einer späteren Veröffentlichung vorbehalten bleiben.

Das Bild 4 zeigt das Ergebnis einer Auswertung für die im Fall 2 gewählte Temperaturkombination. Hier sind nur die Wärmestromlinien eingezeichnet, die aus dem wärmsten Raum (Wohnraum) „stammen“. Die tiefste Oberflächentemperatur im Kellerraum tritt, wie oben besprochen, im „nahezu ungestörten“ Kellerwandbereich auf (Fall 2).

Auswertungen der in den Bildern 3 und 4 dargestellten Art geben natürlich detailliertere Informationen über eine Wärmebrücke als die alleinige Kenntnis der Gewichtssätze an wenigen von vornherein als kritisch anzusehenden Stellen der Bauteiloberflächen. Trotzdem enthalten bereits diese wenigen Angaben ausreichende Information, um sich – schon mit den einfachsten Taschenrechnern, notfalls mit Papier und Bleistift – das thermische Verhalten vor Augen führen zu können. Die Genauigkeit hängt nur davon ab, wie genau die Gewichte g_j errechnet wurden.

5 EDV-Programme zur Berechnung der Gewichte

Das bisher beschriebene einfache Verfahren zur Berechnung von Oberflächentemperaturen an Wärmebrücken ist natürlich nur praktikabel, wenn die dazu benötigten Gewichte ($g_0, g_1 \dots g_n$) mit relativ wenig Aufwand zur Verfügung gestellt werden können. Die Autoren haben deshalb ein EDV-Programmpaket entwickelt, das die zu einer raschen Beurteilung von Wärmebrücken benötigten Kennwerte liefert; neben den hier beschriebenen Gewichten werden auch thermische Leitwerte [4] der Konstruktion ermittelt.

Das Programmpaket besteht aus Eingabe- und Datenaufbereitungsprogrammen (BASIC), aus dem eigentlichen Rechenprogramm (FORTRAN) und den Auswerte- bzw. Darstellungsprogrammen (BASIC). Sämtliche Programme laufen auf herkömmlichen Personal-Computern mit 640 kByte-Arbeitspeicher; eine Festplatte ist empfehlenswert. Besonderes Augenmerk wurde darauf gelegt, die Eingabe einer Konstruktion so einfach wie möglich zu gestalten. Der Benutzer kann anhand einer einfachen Bauteilskizze die erforderlichen Maße und Wärmeleitfähigkeiten der Materialien (Baustoffe, Bewehrungen) über Tastatur eingeben. Die Eingabe wird durch eine im Maßstab anpaßbare (farb-)graphische Darstellung am Bildschirm unterstützt. Das anschließende Datenaufbereitungsprogramm transformiert die eingegebenen Grunddaten in die für das Rechenprogramm benötigte Form. Dabei erfolgt eine im Feinheitsgrad anpaßbare automatische Zerlegung des Bauteiles in quaderförmige Teilbereiche und das Generieren der für die thermische Bilanzierung dieser Teilbereiche (Knoten) erforderlichen Netzwerkdaten.

Die Berechnung der Basislösungen erfolgt im eigentlichen Rechenprogramm. Für jeden Knoten wird die Bilanzgleichung iterativ (Relaxationsverfahren) gelöst. Es können bis zu zwanzigtausend Bilanzgleichungen (Knoten) bearbeitet werden; die Rechenzeit beträgt dann allerdings mehrere Stunden. In einfachen (zweidimensionalen) Fällen — etwa von der Größenordnung des hier präsentierten Beispiels — kommt man mit 1000 bis 2000 Gleichungen (Unbekannten) aus; die Rechenzeiten betragen dann etwa 10 bis 20 Minuten.

Die Auswerte- und Darstellungsprogramme sind je nach Fragestellung und gewünschtem Detaillierungsgrad der Ergebnisdarstellung aufzurufen. Die Möglichkeiten reichen von der Ausgabe bestimmter Gewichtssätze über die graphische Bildschirmdarstellung der Temperaturverläufe bis zu aufwendigeren Plottprogrammen.

6 Abschließende Bemerkungen

Das bestehende Programmpaket zur Berechnung der „Gewichte“ an kritischen Stellen von Wärmebrücken und die Einfachheit der Verwendung dieser — einmal zu berechnenden — Gewichte zur Bestimmung der Oberflächentemperaturen soll-

ten uns ermutigen, die nötigen Untersuchungen von Wärmebrücken nicht erst bei bereits ins Auge springenden Bauschäden zu beginnen.

Hat man sich einmal vor Augen geführt, daß die Temperatur an jeder Stelle einer Wärmebrücke sich als Linearkombination der Lufttemperaturen der angrenzenden Räume ergibt, so ist nichts naheliegender, als die Gewichte (g -Werte) an den interessierenden Stellen des Wärmebrückenbereiches zu ermitteln; dies erfordert zwar einen einmaligen nennenswerten Aufwand, ermöglicht aber anschließend problemlose Berechnungen der Temperaturen an diesen Stellen, wobei nun der Aufwand kaum größer ist als bei Temperaturberechnungen im eindimensionalen Fall.

Allen Betroffenen — vom Planer bis zum Benutzer des Gebäudes — wäre gedient, wenn aufgrund entsprechender normativer Festlegungen der Nachweis zu erbringen wäre, daß die verwendete Wärmebrückenkonstruktion bestimmten thermischen Anforderungen genügt. Bei ebenen Wänden werden derartige Nachweise schon lange verlangt (Mindestwärmeschutz); bei Wärmebrücken wären sie ebenfalls ohne weiteres möglich.

Solche Normen sollten vom Planer verlangen, die Gewichte an kritischen Stellen der Konstruktion auszuweisen. Auf dieser Basis lassen sich für beliebige Lufttemperaturen der angrenzenden Räume die zugehörigen Oberflächentemperaturen leicht berechnen; damit können bereits quantitative Aussagen über die Gefahr der Bildung von Oberflächenkondensat gemacht werden.

Die rasche Verbreitung leistungsfähiger Personal-Computer läßt erwarten, daß Rechenprogramme für stationäre mehrdimensionale Wärmeleitungsprobleme bald allgemein zugänglich und routinemäßig angewendet werden können. Alle Versuche, Wärmebrücken zu typisieren und deren thermisches Verhalten durch eine Vielzahl empirischer Formeln zu charakterisieren, crübrigen sich damit.

Die Bestimmung der Oberflächentemperaturen ist natürlich nur ein — wenn auch wesentlicher — Aspekt bei der thermischen Beurteilung von Wärmebrücken. Auch die stationären Wärmeströme in Wärmebrücken lassen sich — ausgehend von einmal zu berechnenden Basislösungen — auf einfachste Weise beschreiben. Wir wollen dies hier jedoch nicht näher ausführen.

Literatur:

- [1] Mainka, G.-W., Paschen, H.: Wärmebrücken-katalog. B.G. Teubner, Stuttgart 1986.
- [2] Erhorn, H., Tammes, E.: Eine einfache Methode zum Abschätzen balkenförmiger Wärmebrücken in Bauteilen mit planparallelen Oberflächen. Bauphysik 7 (1985), H. 1, S. 7-11.
- [3] Berber, J.: Außenwinkel als Wärmebrücken. Bauphysik 6 (1984), H. 4, S. 142-144.
- [4] Heindl, W., Krec, K., Panzhauser, E., Sigmund, A.: Wärmebrücken. Springer-Verlag, Wien-New York, 1987.